2014-15

Examen Unidad 3: Polinomios

Nombre:______________________________ Fecha:__________

1. (2 puntos) Dados los polinomios $P(x) = 2x + 3$; $Q(x) = x^3 - 2x + 1$ y $R(x) = x^4 - 1$, calcula:

   a) $P(x) \cdot Q(x) + 2R(x) = (2x+3)(x^3-2x+1) + 2\cdot(x^4-1) =$

   $= 2x^4 - 4x^2 + 2x + 3x^3 - 6x + 3 + 2x^4 - 2 =$

   $= 4x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 4x + 1$

   b) $R(x) - Q(x) \cdot (2 - P(X)) = (x^4-1) - (x^3-2x+1)\cdot(2-(2x+3))$

   $x^4 - 1 - (x^3-2x+1)\cdot(-2x-1) = x^4 - 1 - (-2x^4 - x^3 + 4x^2 + 2x - 2x - 1) =$

   $x^4 \cancel{-1} + 2x^4 + x^3 - 4x^2 - 2x + 2x \cancel{+1} = 3x^4 + x^3 - 4x^2$

2. (1 punto) Efectúa la división del polinomio $P(x) = 4x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 5x + 1$ entre el polinomio $Q(x) = x^2 - 5x - 3$. Indica cuál es el cociente $C(x)$ y el resto $R(x)$ de esta división.

   $4x^5 - 3x^4 + 2x^3 \quad - 5x + 1 \quad | \; x^2 - 5x - 3$

   $-4x^5 + 20x^4 + 12x^3 \quad\quad 4x^3 + 17x^2 + 99x + 546$

   $17x^4 + 14x^3$

   $-17x^4 + 85x^3 + 51x^2$

   $99x^3 + 51x^2 - 5x$

   $99x^3 + 495x^2 + 297x$

   $546x^2 + 292x + 1$

   $546x^2 + 2730x + 1638$

   $3022x + 1639$

   $C(x) = 4x^3 + 17x^2 + 99x + 546$

   $R(x) = 3022x + 1639$

3. (1 punto) Efectúa la división usando la regla de Ruffini. Indica cuál es el cociente $C(x)$ y el resto R de la división. $P(x) = -x^6 + 2x^4 - x^3 + 3x - 1$ dividido por $x + 2$

	-1	0	2	-1	0	3	-1
-2		2	-4	4	-6	12	-30
	-1	2	-2	3	-6	15	-31

   $C(x) = -x^5 + 2x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 6x + 15$

   $R = -31$

4. (1 punto) El resto de la división del polinomio $P(x) = 3x^4 - kx^2 + 3x - 2$ entre $x - 2$ es igual a 12. Halla el valor de k.

   $P(2) = 12$

   $P(2) = 3\cdot 2^4 - k\cdot 2^2 + 3\cdot 2 - 2 = 12$

   $48 - 4k + 6 - 2 = 12$

   $-4k = 12 - 48 - 6 + 2$

   $-4k = -40$

   $k = \frac{-40}{-4} = 10$

   $\boxed{k = 10}$

5. (2 puntos) Factoriza los siguientes polinomios y escribe sus raíces (Nota: las raíces son menores que 4)

a) $x^5 - 5x^4 + 3x^3 + 13x^2 - 8x - 12$

$Div(-12) = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12$

$P(1) = 1 - 5 + 3 + 13 - 8 - 12 \neq 0$

$P(-1) = -1 - 5 - 3 + 13 + 8 - 12 = 0$

$Q(-1) = 1 + 6 + 9 - 4 - 12 = 0$

$S(-1) = -1 - 7 - 16 - 12 \neq 0$

$P(2) = S(2) = 32 - 80 + 24 + 52 - 16 - 12 = 0$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} & 1 & -5 & 3 & 13 & -8 & -12 \\ -1 & & -1 & 6 & -9 & -4 & 12 \\ \hline \boxed{Q(x) \rightarrow} & 1 & -6 & 9 & 4 & -12 & \boxed{0} \\ -1 & & -1 & 7 & -16 & 12 & \\ \hline \boxed{S(x) \rightarrow} & 1 & -7 & 16 & -12 & \boxed{0} & \\ 2 & & 2 & -10 & 12 & & \\ \hline & 1 & -5 & 6 & \boxed{0} & & \\ 2 & & -2 & -6 & & & \\ \hline & 1 & -3 & \boxed{0} & & & \end{array}$$

$P(x) = (x+1)^2 \cdot (x-2)^2 (x-3)$

raíces $\begin{cases} x_1 = x_2 = -1 \\ x_3 = x_4 = 2 \\ x_5 = +3 \end{cases}$

b) $x^5 + 2x^4 - 5x^3 - 6x^2 = x^2(x^3 + 2x^2 - 5x - 6)$

$Div(6) = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$

$P(1) = 1 + 2 - 5 - 6 \neq 0$

$P(-1) = -1 + 2 + 5 - 6 = 0$

$P(2) = 2^3 + 2 \cdot 2^2 - 5 \cdot 2 - 6 = 8 + 8 - 10 - 6 = 0$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 2 & -5 & -6 \\ -1 & & -1 & -1 & 6 \\ \hline & 1 & 1 & -6 & \boxed{0} \\ 2 & & 2 & 6 & \\ \hline & 1 & 3 & \boxed{0} & \end{array}$$

$P(x) = (x+1)(x-2)(x+3)x^2$

raíces $\begin{cases} x_1 = -1 & x_4 = 0 \\ x_2 = 2 & x_5 = 0 \\ x_3 = -3 & \end{cases}$

6. (1 punto) Simplifica la siguiente fracción algebraica:

$$\frac{x^2+3x+2}{x^2+6x+5} = \frac{\cancel{(x+1)}(x+2)}{\cancel{(x+1)}(x+5)} = \frac{x+2}{x+5}$$

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & 3 & 2 \\ -2 & & -2 & -2 \\ \hline & 1 & 1 & \boxed{0} \end{array} \qquad \begin{array}{r|rrr} & 1 & 6 & 5 \\ -1 & & -1 & -5 \\ \hline & 1 & 5 & \boxed{0} \end{array}$$

1. (2 puntos) Efectúa las siguientes operaciones con fracciones algebraicas:

$$\frac{2x+2}{x^2-1} \cdot \frac{x^2-x}{x+2} = \frac{2 \cdot \cancel{(x+1)} \cdot x \cdot \cancel{(x-1)}}{\cancel{(x+1)}\cancel{(x-1)}(x+2)} = \frac{2x}{(x+2)}$$

¡ojo con los − delante de la fracción!

$$\frac{x^2-3x}{x^2-9} - \frac{2x}{x-3} - \frac{3x+1}{x+3} = \frac{x^2-3x}{x^2-9} - \frac{2x(x+3)}{x^2-9} - \frac{(3x+1)(x-3)}{x^2-9} =$$

$mcm(x^2-9, x+3, x-3) = x^2 - 9 = (x+3)(x-3)$

$$= \frac{x^2 - 3x - 2x^2 - 6x - 3x^2 - x + 9x + 3}{x^2-9} = \frac{-4x^2 - x + 3}{x^2-9}$$

No se puede simplificar.