

## Examen Unidad 3: Polinomios

Nombre: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

1. (2 puntos) Dados los polinomios  $P(x) = 2x + 3$ ;  $Q(x) = x^3 - 2x + 1$  y  $R(x) = x^4 - 1$ , calcula:

a)  $P(x) \cdot Q(x) + 2R(x) = (2x+3)(x^3-2x+1) + 2 \cdot (x^4-1) =$   
 $= 2x^4 - 4x^2 + 2x + 3x^3 - 6x + 3 + 2x^4 - 2 =$   
 $= 4x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 4x + 1$

b)  $R(x) - Q(x) \cdot (2 - P(x)) = (x^4 - 1) - (x^3 - 2x + 1) \cdot (2 - (2x + 3)) =$   
 $x^4 - 1 - (x^3 - 2x + 1) \cdot (-2x - 1) = x^4 - 1 - (-2x^4 - x^3 + 4x^2 + 2x - 1) =$   
 $x^4 - 1 + 2x^4 + x^3 - 4x^2 - 2x + 1 = 3x^4 + x^3 - 4x^2 - 2x$

2. (1 punto) Efectúa la división del polinomio  $P(x) = 4x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 5x + 1$  entre el polinomio  $Q(x) = x^2 - 5x - 3$ . Indica cuál es el cociente  $C(x)$  y el resto  $R(x)$  de esta división.

$$\begin{array}{r}
 4x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 5x + 1 \\
 - 4x^3 + 20x^2 + 12x^3 \\
 \hline
 12x^4 + 14x^3 - 5x + 1 \\
 - 12x^4 + 60x^3 + 36x^2 \\
 \hline
 99x^3 + 51x^2 - 5x + 1 \\
 - 99x^3 + 495x^2 + 297x \\
 \hline
 546x^2 + 292x + 1 \\
 - 546x^2 + 2730x + 1638 \\
 \hline
 3022x + 1639
 \end{array}$$

$$C(x) = 4x^3 + 17x^2 + 99x + 546$$

$$R(x) = 3022x + 1639$$

3. (1 punto) Efectúa la división usando la regla de Ruffini. Indica cuál es el cociente  $C(x)$  y el resto  $R$  de la división.  $P(x) = -x^5 + 2x^4 - x^3 + 3x^2 - 6x + 15$  dividido por  $x + 2$

$$\begin{array}{r|rrrrrrr}
 -2 & -1 & 0 & 2 & -1 & 0 & 3 & -1 \\
 & & 2 & -4 & 4 & -6 & 12 & -30 \\
 \hline
 & -1 & 2 & -2 & 3 & -6 & 15 & -31
 \end{array}$$

$$C(x) = -x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 3x - 6 + 15$$

$$R = -31$$

4. (1 punto) El resto de la división del polinomio  $P(x) = 3x^4 - kx^2 + 3x - 2$  entre  $x - 2$  es igual a 12. Halla el valor de  $k$ .

$$P(2) = 12$$

$$P(2) = 3 \cdot 2^4 - k \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 - 2 = 12$$

$$48 - 4k + 6 - 2 = 12$$

$$-4k = 12 - 48 - 6 + 2$$

$$-4k = -40$$

$$k = \frac{-40}{-4} = 10$$

$$\boxed{k = 10}$$

5. (2 puntos) Factoriza los siguientes polinomios y escribe sus raíces (Nota: las raíces son menores que 4)

a)  $x^5 - 5x^4 + 3x^3 + 13x^2 - 8x - 12$

Div(12) =  $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12$

$P(1) = 1 - 5 + 3 + 13 - 8 - 12 \neq 0$

$P(-1) = -1 - 5 - 3 + 13 + 8 - 12 = 0$

$Q(-1) = 1 + 6 + 9 - 4 - 12 = 0$

$S(-1) = -1 - 7 - 16 - 12 \neq 0$

$P(2) = S(2) = 32 - 80 + 24 + 52 - 16 - 12 = 0$

$P(x) = (x+1)^2 \cdot (x-2)^2 \cdot (x-3)$

raíces  $\left\{ \begin{array}{l} x_1 = x_2 = -1 \\ x_3 = x_4 = 2 \\ x_5 = +3 \end{array} \right.$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 1 & 1 & -5 & 3 & 13 & -8 & -12 \\ -1 & & -1 & 6 & -9 & -4 & 12 \\ \hline Q(x) \rightarrow & 1 & -6 & 9 & 4 & -12 & 0 \\ -1 & & -1 & 7 & -16 & 12 & \\ \hline S(x) \rightarrow & 1 & -7 & 16 & -12 & 0 & \\ 2 & & 2 & -10 & 12 & & \\ \hline & 1 & -5 & 6 & 0 & & \\ 2 & & -2 & -6 & & & \\ \hline & 1 & -3 & 0 & & & \end{array}$$

b)  $x^5 + 2x^4 - 5x^3 - 6x^2 = x^2(x^3 + 2x^2 - 5x - 6)$

Div(6) =  $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$

$P(1) = 1 + 2 - 5 - 6 \neq 0$

$P(-1) = -1 + 2 + 5 - 6 = 0$

$P(2) = 2^3 + 2 \cdot 2^2 - 5 \cdot 2 - 6 = 8 + 8 - 10 - 6 = 0$

$P(x) = (x+1)(x-2)(x+3)x^2$

raíces  $\left\{ \begin{array}{l} x_1 = -1 \quad x_4 = 0 \\ x_2 = 2 \quad x_5 = 0 \\ x_3 = -3 \end{array} \right.$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 2 & -5 & -6 \\ -1 & & -1 & -1 & 6 \\ \hline & 1 & 1 & -6 & 0 \\ 2 & & 2 & 6 & \\ \hline & 1 & 3 & 0 & \end{array}$$

6. (1 punto) Simplifica la siguiente fracción algebraica:

$\frac{x^2+3x+2}{x^2+6x+5} = \frac{(x+1)(x+2)}{(x+1)(x+5)} = \frac{x+2}{x+5}$

$$\begin{array}{r|rrr} -2 & 1 & 3 & 2 \\ & & -2 & -2 \\ \hline & 1 & 1 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrr} -1 & 1 & 6 & 5 \\ & & -1 & -5 \\ \hline & 1 & 5 & 0 \end{array}$$

1. (2 puntos) Efectúa las siguientes operaciones con fracciones algebraicas:

$\frac{2x+2}{x^2-1} \cdot \frac{x^2-x}{x+2} = \frac{2 \cdot \cancel{(x+1)} \cdot x \cdot \cancel{(x+1)}}{\cancel{(x+1)} \cdot \cancel{(x-1)} \cdot (x+2)} = \frac{2x}{(x+2)}$

$\frac{x^2-3x}{x^2-9} - \frac{2x}{x-3} - \frac{3x+1}{x+3} = \frac{x^2-3x}{x^2-9} - \frac{2x(x+3)}{x^2-9} - \frac{(3x+1)(x-3)}{x^2-9} =$

mcm( $(x^2-9)(x+3), x-3$ ) =  $x^2-9 = (x+3)(x-3)$

$= \frac{x^2-3x-2x^2-6x-3x^2-x+9x+3}{x^2-9} = \frac{-4x^2-x+3}{x^2-9}$

No se puede simplificar.

¡op con los  
- delante de  
la fracción!